АКСІОМИ ПЛАНІМЕТРІЇ.
СИСТЕМА ОПОРНИХ ФАКТІВ КУРСУ ПЛАНІМЕТРІЇ.

План

1. Аксіоми планіметрії.
2. Система опорних фактів курсу планіметрії.

2.1.Паралельні і перпендикулярні прямі.

2.2.Трикутники.

2.3.Чотирикутники.

2.4.Коло.

2.5.Координати на площині.

2.6.Векторні величии.

ЛІТЕРАТУРА

1. М.І.Бурда, Н.І.Тарасенкова . Геометрія. Підручник для 10 класу загальноосвітніх навчальних закладів. Академічний рівень.: Київ «Зодіак-ЕКО», 2010, 174 с.
2. Є.П.Нелін. Геометрія. Дворівневий підручник для 10 класу загальноосвітніх навчальних закладів Академічний і профільний рівні. Харків «Гімназія» 2010
3. Г.П.Бевз, В.Г.Бевз, Н.Г.Владімірова, В.М. Владіміров. Геометрія 10. Підручник для загальноосвітніх навчальних закладів. Профільний рівень.: Київ «Генеза»,

§1 ОПОРНІ ФАКТИ ПЛАНІМЕТРІЇ

Пригадаємо найважливіші відомості з планіметрії, які часто використовуються в стереометрії.

Аксіоми планіметрії. Основне в геометрії – її поняття і твердження. Для більшості понять формулюються означення, але існують поняття неозначувані. Це – *точка*, *пряма*, *площина* та деякі інші.

Переважну більшість геометричних тверджень доводять, тобто показують, що вони як логічні наслідки випливають з інших істинних тверджень. А як бути, коли на початку курсу ще немає «інших тверджень»? У цих випадках кілька тверджень приймають за істинні без доведень. Їх називають *аксіомами*. А доводжувані твердження – *теоремами*.

Для планіметрії, як і для інших наук чи теорій, можна обирати різні системи аксіом. Одна з них може бути такою.

1. *Яка б не була пряма, існують точки, що належать цій прямій, і точки, що їй не належать.*
2. *Через будь-які дві різні точки можна провести пряму і тільки одну.*
3. *Із трьох точок прямої одна і тільки одна лежить між двома іншими.*
4. *Кожний відрізок має певну довжину.*
5. *Кожний кут має певну міру.*
6. *Пряма розбиває площину на дві півплощини.*
7. *На будь-якій прямій від заданої точки у заданому напрямі можна відкласти відрізок даної довжини і тільки один.*
8. *Від будь-якого променя у даній півплощині можна відкласти даний кут з вершиною у початку променя і тільки один.*
9. *Який би не був трикутник, існує рівний йому трикутник у заданому розміщенні відносно заданої прямої.*
10. *Через точку, що не лежить на даній прямій, можна провести тільки одну пряму, паралельну даній прямій (аксіома Евкліда).*

Розділи про геометричні величини, геометричні перетворення і побудови потребують додаткових аксіом.

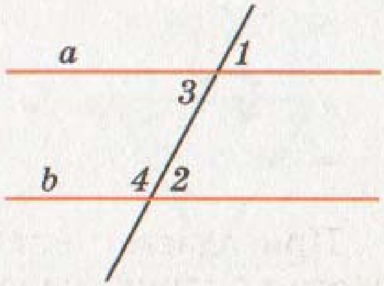
Паралельні і перпендикулярні прямі. Дві прямі однієї площини називаються паралельними, якщо вони не перетинаються. Два відрізки або промені називають паралельними, якщо вони належать паралельним прямим.

Ознаки паралельності прямих. Дві прямі a і b однієї площини паралельні (мал. 1), якщо їх січна утворює з ними:

1) рівні відповідні кути ($\angle 1 = \angle 2$); або

2) рівні внутрішні різносторонні кути ($\angle 2 = \angle 3$); або

3) внутрішні односторонні кути, сума яких дорівнює 180° ($\angle 3 + \angle 4 = 180°$).

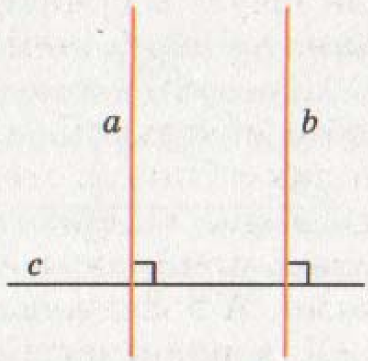


Мал. 1

Властивості паралельних прямих. Якщо прямі a і b паралельні, то виконуються всі три рівності, зазначені вище (п. 1–3).

Відношення паралельності прямих транзитивне: якщо $a \parallel b$ і $b \parallel c$, то $a \parallel c$.

Дві прямі називаються *перпендикулярними*, якщо вони перетинаються під прямим кутом. Відрізки або промені називають перпендикулярними, якщо вони належать перпендикулярним прямим.



Мал. 2

Дві прямі однієї площини, перпендикулярні до третьої прямої, паралельні (мал. 2). Якщо $a \perp c$ і $b \perp c$, то $a \parallel b$.

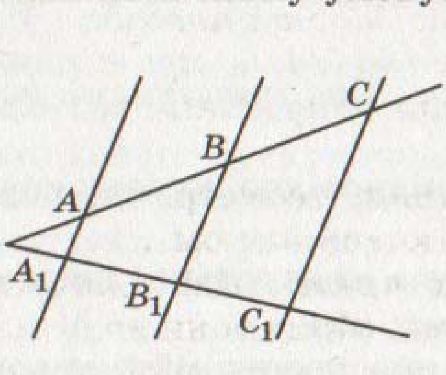
Теорема Фалеса. Якщо паралельні прямі перетинають сторони кута і на одній його стороні відтинають рівні відрізки, то і на другій його стороні вони відтинають рівні відрізки (мал. 3).

Якщо $AB = BC$, то $A_1B_1 = B_1C_1$.

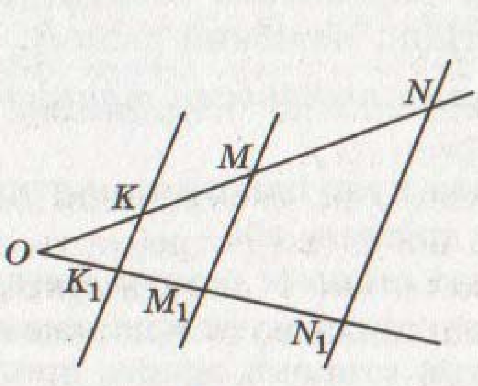
Узагальнена теорема Фалеса. Паралельні прямі, які перетинають сторони кута, відтинають від них пропорційні відрізки (мал. 4).

$$\frac{KM}{MN} = \frac{K_1M_1}{M_1N_1}.$$

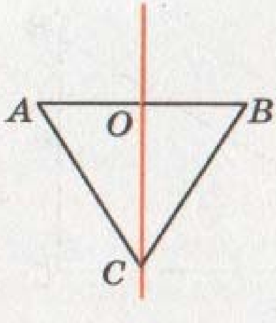
Геометричне місце точок – це множина всіх точок, які задовольняють певну умову.



Мал. 3



Мал. 4

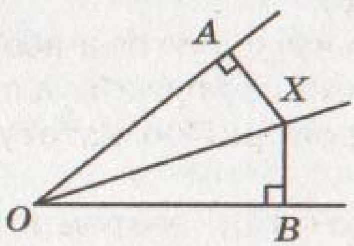


Мал. 5

Геометричним місцем точок площини, рівновіддалених від кінців відрізка, є серединний перпендикуляр до цього відрізка (мал. 5).

Якщо $AO = BO$ і $CO \perp AB$, то $AC = BC$.

Геометричне місце точок кута, рівновіддалених від його сторін, – бісектриса цього кута (мал. 6).



Мал. 6

Трикутники. *Трикутник* – замкнена ламана із трьох ланок. Частина площини, обмежена такою ламаною, також називається трикутником. Кожний трикутник має три сторони, три вершини і три кути. Суму сторін трикутника називають його периметром.

Якщо сторони трикутника a, b, c, а протилежні їм кути α, β, γ, то:

$$|b - c| < a < b + c; \alpha + \beta + \gamma = 180°.$$

Ознаки рівності трикутників. Два трикутники рівні, якщо:

1) дві сторони і кут між ними одного трикутника дорівнюють відповідно двом сторонам і куту між ними другого трикутника; або

2) сторона і прилеглі до неї кути одного трикутника дорівнюють відповідно стороні і прилеглим до неї кутам другого трикутника; або

3) три сторони одного трикутника дорівнюють відповідно трьом сторонам другого трикутника.

Відрізок, який сполучає середини двох сторін трикутника, – його *середня лінія.* Середня лінія трикутника паралельна його третій стороні і дорівнює її половині.

Трикутники, в яких усі відповідні кути рівні, а відповідні сторони пропорційні, називаються *подібними.*

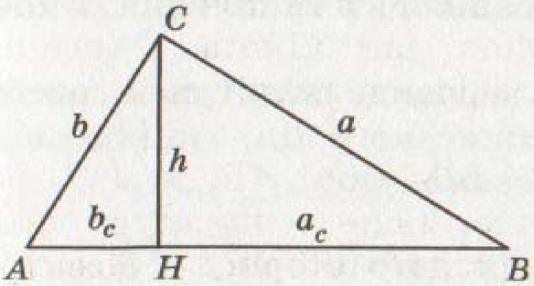
Основна теорема про подібність трикутників. Січна пряма, паралельна стороні трикутника, відтинає від нього трикутник, подібний даному.

Ознаки подібності трикутників. Два трикутники подібні, якщо:

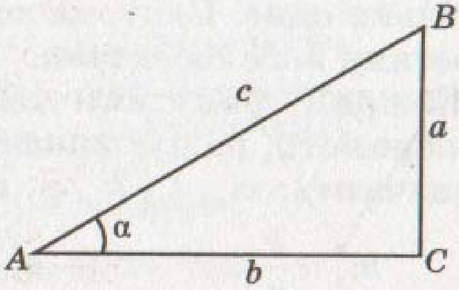
1) два кути одного трикутника відповідно дорівнюють двом кутам другого; або

2) дві сторони одного трикутника пропорційні двом сторонам другого, а кути між ними рівні; або

3) три сторони одного трикутника пропорційні трьом сторонам другого.



Мал. 7



Мал. 8

Два прямокутні трикутники подібні, якщо:

1) гострий кут одного трикутника дорівнює куту другого; або

2) катети одного трикутника пропорційні катетам другого; або

3) катет і гіпотенуза одного трикутника пропорційні катету і гіпотенузі другого.

З ознак подібності трикутників випливають такі теореми.

• Бісектриса трикутника ділить його протилежну сторону на відрізки, пропорційні прилеглим сторонам.

• Медіани трикутника перетинаються в одній точці, яка ділить кожну медіану у відношенні 2 : 1, починаючи від вершини трикутника.

• Катет прямокутного трикутника – середнє пропорційне гіпотенузи c і його проекції на гіпотенузу. Висота прямокутного трикутника, проведена до гіпотенузи, – середнє пропорційне відрізків, на які висота ділить гіпотенузу (мал. 7).

$a^2 = a_c \cdot c; \quad b^2 = b_c \cdot c; \quad h^2 = a_c \cdot b_c.$

Якщо c – гіпотенуза, а a, b – катети прямокутного трикутника (мал. 8), то:

$$c^2 = a^2 + b^2 - \textit{теорема Піфагора};$$

$$\frac{a}{c} = \sin\alpha; \quad \frac{b}{c} = \cos\alpha; \quad \frac{a}{b} = \mathrm{tg}\alpha; \quad \frac{b}{a} = \mathrm{ctg}\alpha.$$

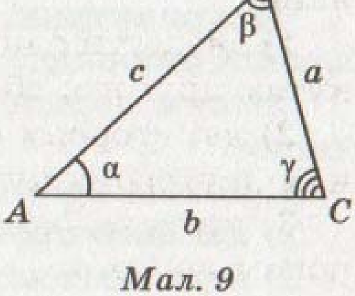
Якщо a, b, c – сторони, а α, β, γ – протилежні їм кути трикутника (мал. 9), то завжди

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$ – ***теорема косинусів,***

$\dfrac{a}{\sin\alpha} = \dfrac{b}{\sin\beta} = \dfrac{c}{\sin\gamma}$ – ***теорема синусів.***

Кожен з трьох останніх дробів дорівнює $2R$, де R – радіус кола, описаного навколо даного трикутника.

Навколо кожного трикутника можна описати коло і до того ж тільки одне. Центром кола, описаного навколо трикутника, є точка перетину серединних перпендикулярів до його сторін. У кожний трикутник можна вписати коло і до того



Мал. 9

ж тільки одне. Центром кола, вписаного в трикутник, є точка перетину його бісектрис.

Кожний трикутник ABC має медіани, бісектриси, висоти, півпериметр, радіус вписаного і описаного кіл, які відповідно позначають: m_a, l_a, h_a, p, r, R. Відомо, що:

$$m_a^2 = \frac{1}{4}(2(b^2+c^2)-a^2); \quad l_a^2 = \frac{1}{(b+c)^2}bc((b+c)^2-a^2);$$

$$h_a^2 = \frac{4}{a^2}p(p-a)(p-b)(p-c); \quad r = \frac{S}{p}; \quad R = \frac{abc}{4S}.$$

Площа трикутника. Кожний трикутник (як частина площини, обмежена замкненою ламаною) має площу. Формули для визначення площі трикутника:

$$S = \frac{1}{2}ah_a; \qquad S = \frac{1}{2}ab\sin\gamma;$$

$$S = r \cdot p; \qquad S = \frac{abc}{4R};$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \text{ — \textit{формула Герона}.}$$

Для прямокутних і рівносторонніх трикутників формули простіші:

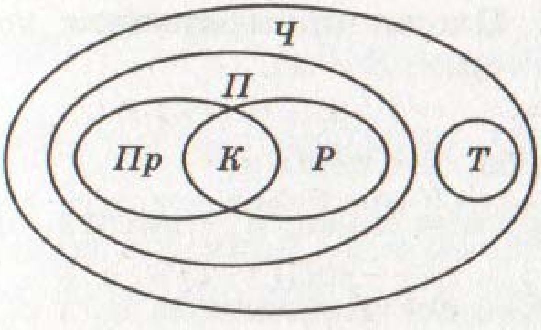
Прямокутний трикутник	Рівносторонній трикутник
$S = \frac{1}{2}ab;$ $r = \frac{a+b-c}{2};$ $R = \frac{c}{2};$ $h = \frac{a \cdot b}{c}$	$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4};$ $r = \frac{a\sqrt{3}}{6};$ $R = \frac{a\sqrt{3}}{3};$ $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Чотирикутники. *Чотирикутник* – проста замкнена ламана із чотирьох ланок. Частина площини, обмежена такою ламаною, також називається чотирикутником. Сума всіх кутів кожного чотирикутника дорівнює 360°. Кожна сторона чотирикутника менша від суми трьох інших його сторін.

Чотирикутник, кожна сторона якого паралельна протилежній стороні, – *паралелограм.*

Ознаки паралелограма. Чотирикутник є паралелограмом, якщо:

1) кожна його сторона дорівнює протилежній стороні;
2) дві його протилежні сторони паралельні й рівні;
3) його діагоналі точкою перетину діляться навпіл.



Ч — чотирикутники
П — паралелограми
Пр — прямокутники
Р — ромби
К — квадрати
Т — трапеції

Мал. 10

Властивості паралелограма:

– кожна сторона паралелограма паралельна протилежній стороні і дорівнює їй;

– кожний кут паралелограма дорівнює протилежному куту;

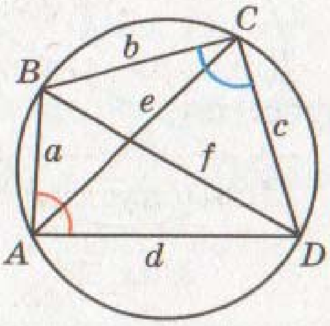
– кожна діагональ паралелограма точкою перетину ділиться навпіл;

– сума квадратів діагоналей паралелограма дорівнює сумі квадратів усіх його сторін.

Окремі види паралелограмів – *прямокутники, ромби, квадрати* – мають додаткові властивості:

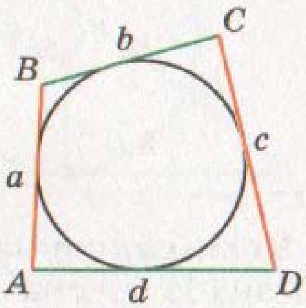
– діагоналі прямокутника (квадрата) рівні;

– діагоналі ромба (квадрата) перпендикулярні і лежать на бісектрисах його кутів.



Мал. 11

Чотирикутник, у якого тільки дві сторони паралельні, – *трапеція.* Паралельні сторони трапеції – її основи, дві інші – бічні сторони. Окремі види трапецій – рівнобічні і прямокутні трапеції. Відрізок, що сполучає середини бічних сторін трапеції, – її *середня лінія.* Середня лінія трапеції паралельна її основам і дорівнює їх півсумі.



Мал. 12

Співвідношення між окремими видами чотирикутників показано на малюнку 10.

Вписані й описані чотирикутники (мал. 11 і 12)

Вид чотирикутника	Співвідношення між сторонами	Співвідношення між кутами
Вписаний у коло	$ac + bd = ef$	$A + C = B + D$
Описаний навколо кола	$a + c = b + d$	$ab\sin^2\frac{B}{2} = cd\sin^2\frac{D}{2}$

Площі чотирикутників. Площа прямокутника дорівнює добутку двох його сусідніх сторін: $S = ab$.

Площа паралелограма:

$$S = ah_a, \text{ або } S = ab\sin\gamma,$$

де a, b – його сторони, γ – кут між ними, h_a – висота, опущена на сторону a.

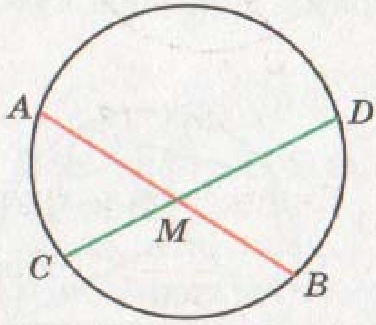
Якщо діагоналі чотирикутника дорівнюють d_1 і d_2, а кут між ними α, то його площа

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin\alpha.$$

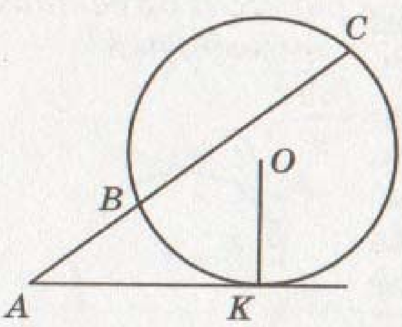
Площа ромба дорівнює $S = \frac{1}{2} d_1 d_2$.

Площа трапеції дорівнює добутку півсуми її основ на висоту:

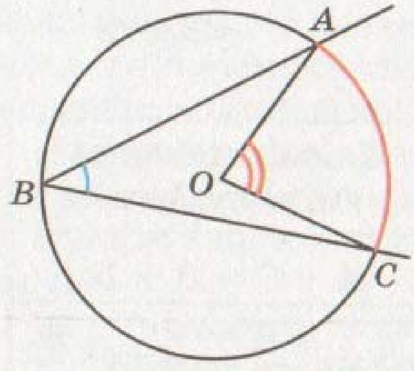
$$S = \frac{a+b}{2} h.$$



Мал. 13



Мал. 14



Мал. 15

Коло. Кути та відрізки, пов'язані з колом. Коло – фігура, що складається з усіх точок площини, рівновіддалених від даної точки – *центра кола*. Частина площини, обмежена колом, – *круг*. *Радіус* – відрізок, що сполучає будь-яку точку кола з його центром. Відрізок, що сполучає дві довільні точки кола, називають *хордою*. Хорда, що проходить через центр кола, – *діаметр*.

Пряма, яка має з колом тільки одну спільну точку і лежить у площині кола, називається *дотичною* до кола.

Мають місце такі властивості:

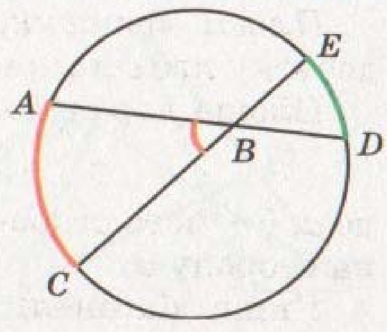
- діаметр кола, проведений через середину хорди, відмінної від діаметра, перпендикулярний до неї;
- дотична до кола перпендикулярна до радіуса, проведеного в точку дотику;
- відрізки дотичних, проведених до кола з однієї точки, рівні;
- $AM \cdot BM = CM \cdot DM$ (мал. 13);
- $AK^2 = AB \cdot AC$ (мал. 14);
- вписаний кут вимірюється половиною дуги, на яку він спирається (мал. 15):

$$\angle ABC = \frac{1}{2}\angle AOC = \frac{1}{2}\overset{\smile}{AC};$$

- $\angle ABC = \frac{1}{2}(\overset{\smile}{AC} + \overset{\smile}{DE})$ (мал. 16);

- $\angle ABC = \frac{1}{2}(\overset{\smile}{AC} - \overset{\smile}{DE})$ (мал. 17);

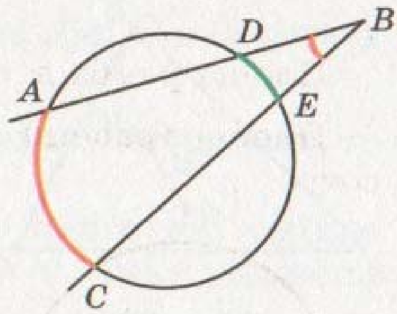
- кут між хордою кола і дотичною, проведеною в її кінці, вимірюється половиною дуги, що міститься всередині кута.



Мал. 16

Довжину кола C радіуса r визначають за формулою $C = 2\pi r$. Довжину l дуги кола радіуса r, яка має n градусів, можна визначити за формулою $l = \frac{\pi r n}{180}$.

Площу S круга радіуса r знаходять за формулою $S = \pi r^2$.



Мал. 17

Частину круга, обмежену двома його радіусами, називають *сектором*, а частину круга, обмежену його хордою і дугою, – *сегментом*. Сегмент може бути меншим від півкруга або більшим. Півкруг – один з видів сектора і сегмента. Якщо сектор круга радіуса r має n градусів, то його площа $S_{\text{сек}} = \frac{\pi r^2 n}{360}$. Площа довільного сегмента дорівнює сумі або різниці площ сектора і трикутника.

Сторона a_n правильного n-кутника через радіус R описаного кола і радіус r вписаного кола виражається формулами

$$a_n = 2R \sin \frac{180^\circ}{n} \text{ і } a_n = 2r \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n}.$$

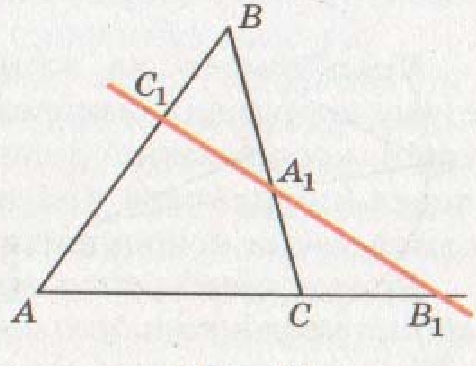
Зокрема,

$$a_3 = R\sqrt{3},\ a_4 = R\sqrt{2},\ a_6 = R.$$

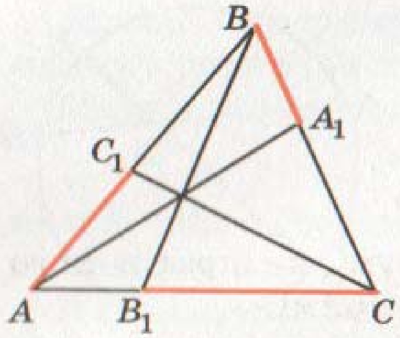
$$a_3 = 2r\sqrt{3},\ a_4 = 2r,\ a_6 = \frac{2\sqrt{3}}{3}r.$$

Теорема Птолемея. У кожному опуклому чотирикутнику $ABCD$, вписаному в коло, добуток довжин діагоналей дорівнює сумі добутків довжин його протилежних сторін, тобто $AC \cdot BD = AB \cdot CD + BC \cdot AD$ (див. мал. 11).

Теорема Менелая. Нехай A_1, B_1, C_1 – три точки, які лежать відповідно на сторонах BC, CA, AB $\triangle ABC$ або на їх продовженнях (мал. 18). Точки A_1, B_1, C_1 тоді і тільки тоді



Мал. 18



Мал. 19

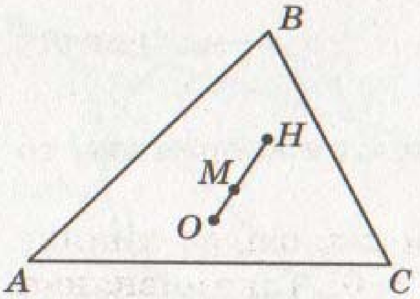
лежать на одній прямій, коли, враховуючи напрями відрізків,

$$\frac{AC_1}{C_1B}\cdot\frac{BA_1}{A_1C}\cdot\frac{CB_1}{B_1A}=-1.$$

Теорема Чеви. Нехай A_1, B_1, C_1 – три точки, які лежать відповідно на сторонах BC, CA, AB $\triangle ABC$ або на їх продовженнях (мал. 19). Для того щоб прямі AA_1, BB_1 і CC_1 перетиналися в одній точці або були всі паралельні, необхідно і достатньо, щоб виконувалась умова:

$$\frac{AC_1}{C_1B}\cdot\frac{BA_1}{A_1C}\cdot\frac{CB_1}{B_1A}=1.$$

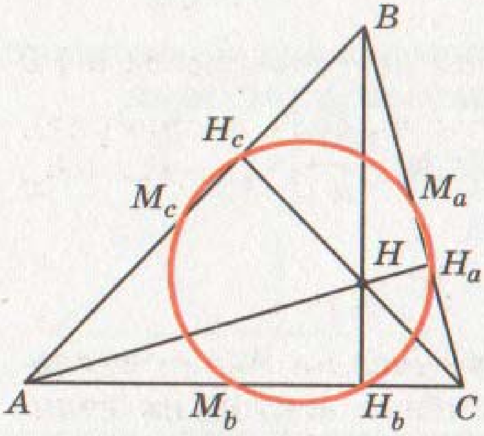
Останню рівність називають *умовою Чеви*.



Мал. 20

Пряма Ейлера. Ортоцентр H трикутника, його центроїд M і центр O описаного кола лежать на одній прямій (мал. 20), причому $OM : MH = 1 : 2$.

Коло Ейлера (коло дев'яти точок). Основи висот трикутника, середини його сторін і середини відрізків, які сполучають ортоцентр трикутника з його вершинами, лежать на одному колі (мал. 21). Центр цього кола збігається із серединою відрізка, який сполучає ортоцентр трикутника і центр описаного кола. Його радіус дорівнює половині радіуса описаного кола.



Мал. 21

Пряма Сімсона. Основи перпендикулярів, опущених на сторони трикутника з точки описаного кола, лежать на одній прямій.

Коло Аполлонія. Геометричним місцем точок, відношення відстаней від яких до двох даних точок стале, є коло.

Координати на площині. Площину, на якій задано систему координат, називають *координатною площиною*. Кожній точці координатної площини відповідає єдина пара дійсних чисел (координати цієї точки), а кожній парі дійсних чисел – єдина точка координатної площини.

Кожна координата середини відрізка дорівнює півсумі відповідних координат його кінців. Тобто якщо кінці відрізка $A(x_1; y_1)$ і $B(x_2; y_2)$, то серединою даного відрізка є точка з координатами

$$\frac{x_1+x_2}{2} \text{ і } \frac{y_1+y_2}{2}.$$

Відстань між точками $A(x_1; y_1)$ і $B(x_2; y_2)$:

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$

Квадрат довжини відрізка дорівнює сумі квадратів його проекцій на дві взаємно перпендикулярні прямі.

Рівнянням фігури на координатній площині називають рівняння з двома змінними, яке задовольняють координати кожної точки даної фігури і тільки вони.

Рівняння кола радіуса r із центром у точці $A(a; b)$ має вигляд

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2.$$

Якщо центр кола радіуса r лежить у початку координат, то його рівняння $x^2 + y^2 = r^2$.

Кожній прямій координатної площини відповідає лінійне рівняння з двома змінними $ax + by + c = 0$. Таке рівняння називають *загальним рівнянням прямої.*

Рівність $y = kx + b$ – *рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом.* Тут $k = \text{tg}\alpha$, де α – кут, який утворює пряма з додатним напрямом осі OX.

$\dfrac{x-x_1}{x_2-x_1}=\dfrac{y-y_1}{y_2-y_1}$ – *рівняння прямої, що проходить через дві дані точки* $A(x_1; y_1)$ і $B(x_2; y_2)$.

$\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$ – *рівняння прямої у відрізках на осях* (числа a і b показують, які відрізки пряма l відтинає на осях координат).

Якщо прямі l_1 і l_2 задані рівняннями $y_1 = k_1x + b_1$ і $y_2 = k_2x + b_2$, то:

1) $l_1 \parallel l_2$ тоді і тільки тоді, коли $k_1 = k_2$;

2) $l_1 \perp l_2$ тоді і тільки тоді, коли $k_1 \cdot k_2 = -1$.

Векторні величини – ті, які визначаються не тільки числовими значеннями, а й напрямами. Значення векторних величин – *вектори.* Геометрично вектори (ненульові) зображаються *напрямленими відрізками.* Напрямлений відрізок має початок і кінець. Відстань між ними – *модуль* (довжина) вектора.

Два вектори називають *колінеарними,* якщо відповідні їм напрямлені відрізки розташовані на одній прямій або на паралельних прямих. Колінеарні вектори бувають співнапрямленими або протилежно напрямленими. Два вектори *рівні,* якщо вони співнапрямлені і мають рівні модулі. Два вектори називають *протилежними,* якщо вони мають рівні модулі і протилежно напрямлені.

Координатами вектора з початком $A(x_1; y_1)$ і кінцем $B(x_2; y_2)$ називають числа $x = x_2 - x_1$ і $y = y_2 - y_1$.

Записують такий вектор у вигляді:
$\overrightarrow{AB} = (x;\ y)$, або $\vec{a} = (x;\ y)$, або $\overrightarrow{AB} = (x_2 - x_1;\ y_2 - y_1)$.

Модуль вектора $\overrightarrow{AB} = (x;\ y)$ позначають символом $|\overrightarrow{AB}|$:

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

Сумою векторів $\vec{a} = (x_1;\ y_1)$ і $\vec{b} = (x_2;\ y_2)$ називають вектор $\vec{a} + \vec{b} = (x_1 + x_2;\ y_1 + y_2)$. Для додавання векторів виконуються переставний і сполучний закони.

Геометрично додавати вектори можна за правилом трикутника або паралелограма (мал. 22 і 23). Завжди правильні векторні рівності:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}, \quad \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}.$$

Різницею векторів $\vec{a} = (x_1;\ y_1)$ і $\vec{b} = (x_2;\ y_2)$ називають вектор $\vec{a} - \vec{b} = (x_1 - x_2;\ y_1 - y_2)$.

Різниця векторів $\overrightarrow{AB}$ і $\overrightarrow{KP}$ дорівнює $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{PK}$. *Щоб відняти від одного вектора другий, треба до першого додати вектор, протилежний другому.*

Які не були б вектори $\overrightarrow{AB}$ і $\overrightarrow{AC}$, завжди $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$.

Добутком вектора $\vec{a} = (x;\ y)$ на число n називають вектор $n\vec{a} = (nx;\ ny)$. Завжди правильні рівності:

$$(n + m)\,\vec{a} = n\vec{a} + m\vec{a} \text{ і } n(\vec{a} + \vec{b}) = n\vec{a} + n\vec{b}.$$

Скалярним добутком двох ненульових векторів називають добуток модулів цих векторів на косинус кута між ними:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos\varphi.$$

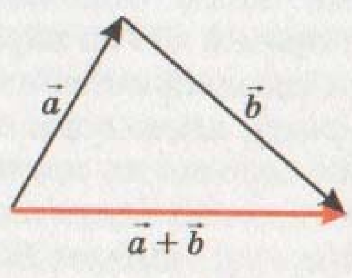
Якщо хоч один з векторів нульовий, то їх скалярний добуток дорівнює нулю.

Кут φ між ненульовими векторами $\vec{a}$ і $\vec{b}$ можна знайти, користуючись формулою $\cos\varphi = \dfrac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$.

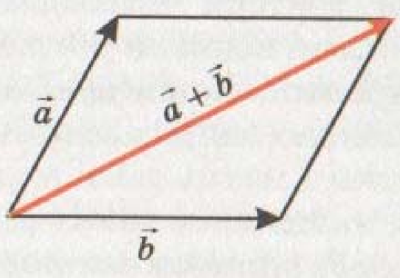
Якщо $\vec{a} = (x_1;\ y_1)$ і $\vec{b} = (x_2;\ y_2)$, то $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1x_2 + y_1y_2$.

$\vec{a} = k\vec{b}$ або $\dfrac{x_1}{x_2} = \dfrac{y_1}{y_2}$ – умова колінеарності ненульових векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$ $(k \neq 0)$;

$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ або $x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 = 0$ – умова їх перпендикулярності.



Мал. 22



Мал. 23

ЗАПИТАННЯ І ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

1. Що таке геометрія? Що таке планіметрія?
2. Наведіть приклади плоских і неплоских фігур.
3. Що означають записи $A \in a$, $B \notin a$?
4. Як слід розуміти вислів «точка B лежить між A і C»?
5. Що таке промінь? Як позначають промені?
6. Що таке відрізок? Що таке кінці відрізка?
7. Що таке відстань між двома точками?
8. Яка фігура називається кутом? Як позначають кути?
9. Який кут називають гострим? Прямим? Тупим? Розгорнутим?
10. Які кути називають суміжними? Чому дорівнює їх сума?
11. Які кути називають вертикальними?
12. Сформулюйте теорему про вертикальні кути.
13. Які прямі називають перпендикулярними?
14. Сформулюйте означення паралельних прямих.
15. Сформулюйте ознаку паралельності прямих.
16. Сформулюйте аксіому Евкліда про паралельність прямих.
17. Що таке трикутник? Назвіть елементи трикутника.
18. Якими бувають трикутники?
19. Що таке бісектриса, медіана, висота трикутника?
20. Сформулюйте теорему про суму кутів трикутника.
21. Сформулюйте ознаки рівності трикутників.
22. Який трикутник називають рівнобедреним?
23. Сформулюйте кілька властивостей рівнобедреного трикутника.
24. Як називають сторони прямокутного трикутника?
25. Сформулюйте ознаки рівності прямокутних трикутників.
26. Що таке перпендикуляр, похила, проекція похилої?
27. Що таке відстань від точки до прямої?
28. Що таке коло? Центр? Радіус? Діаметр? Хорда?
29. Що таке круг? Чим відрізняється круг від кола?